

Régularisation physique pour la mesure des champs de vitesse des fluides

**F. Champagnat¹, R. Yegavian², B. Leclaire²,
O. Marquet², S. Beneddine², D. Sipp²**

¹ONERA/DTIM ²ONERA/DAFE

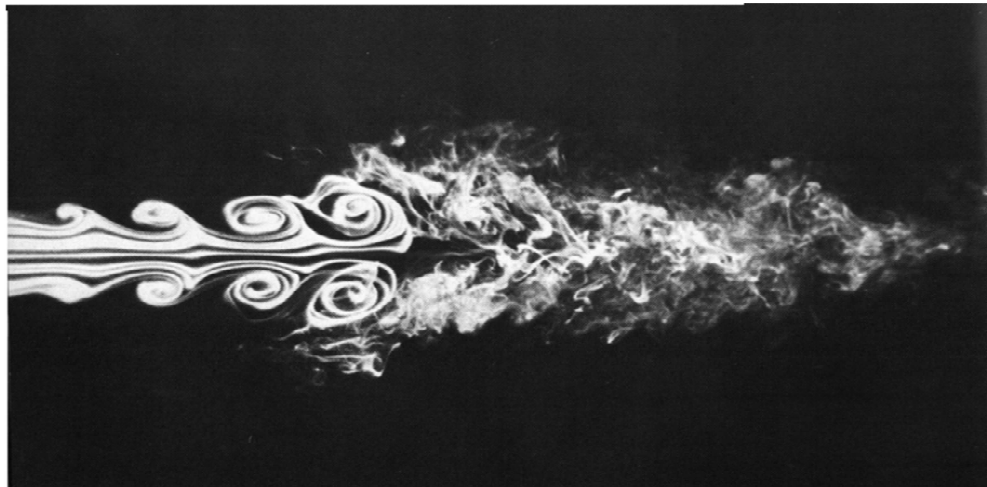
Séminaire IIP

Paris, 6 octobre 2016



retour sur innovation

Une physique complexe



Jet rond, nombre de Reynolds (Re) 10000 [van Dyke1982]

Une modélisation très compacte

□ Equations de Navier-Stokes incompressible

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\text{grad } p + \nu \Delta \mathbf{u}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

□ Une représentation très compacte

- Des questions théoriques ouvertes [Fefferman2000]
- Complexité liée au terme $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$
 - impact quantifié par Re
- En apparence : 2 quantités physiques \mathbf{u} et p
 - p peut être éliminée des équations
 - \mathbf{u} est la grandeur centrale en mécanique des fluides expérimentale

Simulation numérique de N-S: les grandes familles

□ 3 grandes familles basées sur corpus de résolution des EDP

- Éléments finis, différences finies...
- EDP + Conditions initiales et aux limites → $\underline{u}(\mathbf{x}, t)$ et $p(\mathbf{x}, t)$

□ Direct Numerical Simulation (DNS)

- Objectif : prendre en compte *toutes les échelles significatives*
 - Finesse de la maille liée à Re
 - Coût polynomial en Re

□ Reynolds Average Navier-Stokes (RANS)

- Décomposition champ moyen stationnaire + perturbation instationnaire
- Equation du champ moyen
 - forçage par termes de corrélation de la perturbation: « tenseurs de Reynolds »
 - Tenseurs spécifiés en pratique par des modèles de turbulence
- Très utile pour quantités moyennes d'intérêt (portance, traînée)

□ Large Eddy Simulation (LES)

- Décomposition avec champ filtré + perturbation
- Une partie des échelles significatives sont modélisées

Liens simulation/expérience

- ❑ **DNS est un outil cher, rarement accessible**
 - Disponibilité de supercalculateurs

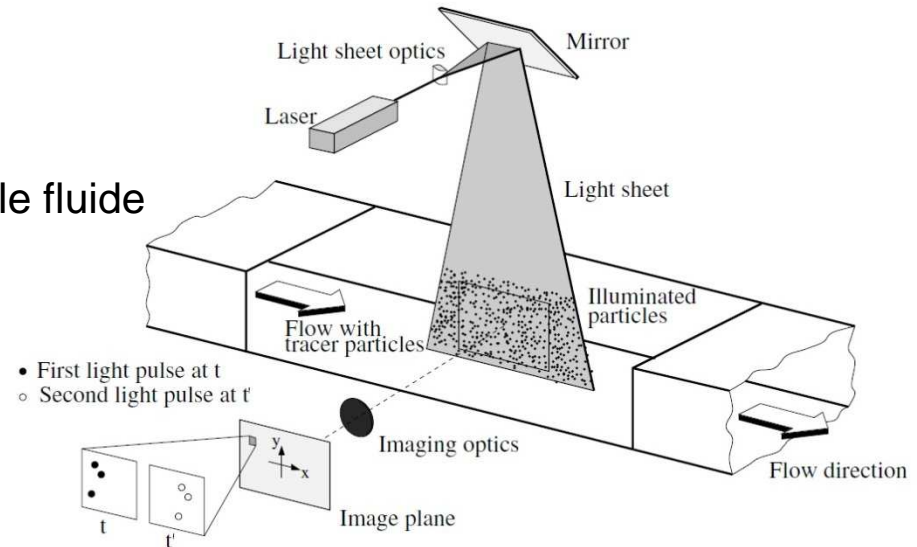
- ❑ **RANS (et dans une moindre mesure LES) accessibles**
 - Reposent sur des modèles et leurs paramètres
 - Expérience peut être utilisée pour estimer ces paramètres

- ❑ **Plus généralement : en cas de forte sensibilité aux conditions initiales ou aux limites**
 - « Mesurer » ces conditions

Vélocimétrie par imagerie de particule (PIV)

□ Principe

- Un fluide ensemençé
 - Ajout de particules entraînées par le fluide
 - Typiquement : gouttelettes d'huile
- Une nappe laser
 - deux pulses séparés de qq 100 ns
- Caméra double frame
- Un algo d'appariement dense



Au total : une imagerie haut de gamme

□ Evolutions

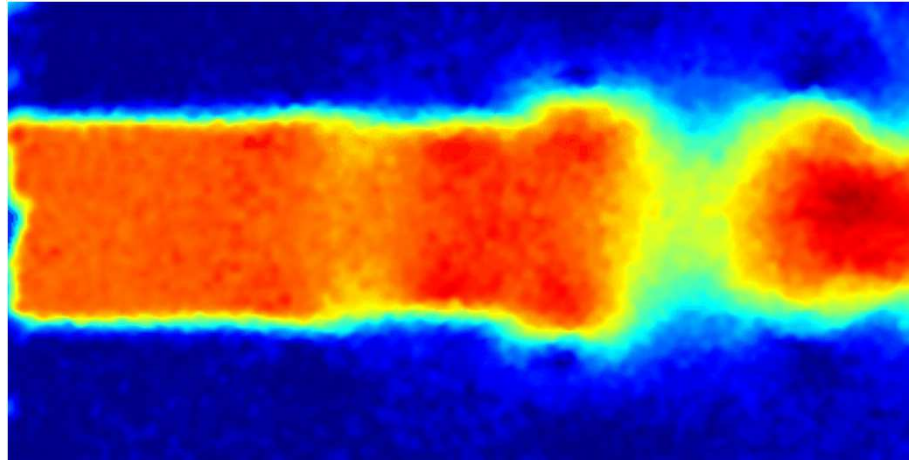
- 3D : PIV tomographique (« tomoPIV »)
- PIV haute cadence
 - vers une PIV « résolue en temps » (i.e. à Shannon par rapport au temps)
 - Avec approches tracking, Particle Tracking Velocimetry (PTV)

Exemple de PIV haute cadence sur jet « rond »



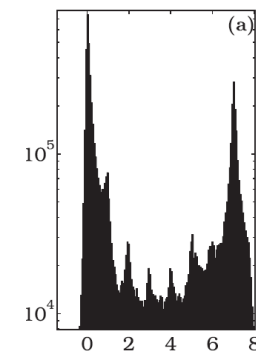
Résultat d'un algo PIV standard

□ Norme du champ de vitesse



□ Limitations

- Résolution :
 - Densité d'ensemencement
 - Régularisation spatiale (échelle des fenêtres de corrélation)
- Bruit
 - RMS (puissance laser, temps d'exposition, taille pixel)
 - Biais (taille pixel / f#) → Peak-locking



Comment utiliser les corrélations temporelles bien visibles ?

Plan

- **Nécessité d'une régularisation temporelle**

- **Régularisation générique**

- **Régularisation physique**
 - Imposer Navier-Stokes ?

- **Alternatives à Navier-Stokes ?**

Plan

- Nécessité d'une régularisation temporelle
- Régularisation générique
- Régularisation physique
 - Imposer Navier-Stokes ?
- Alternatives à Navier-Stokes ?

Régularisation générique

□ Utilisation de principes « universels » sur le mouvement

- Energie finie
- Régularité
- Régularité par morceaux

□ Diverses déclinaisons

▪ Pénalisation globales

- [Weickert2001]
$$E(u, v) = \int ((I_x u + I_y v + I_t)^2 + \lambda \Psi(\|\nabla_3 u\|^2 + \|\nabla_3 v\|^2)) dx dy dt$$

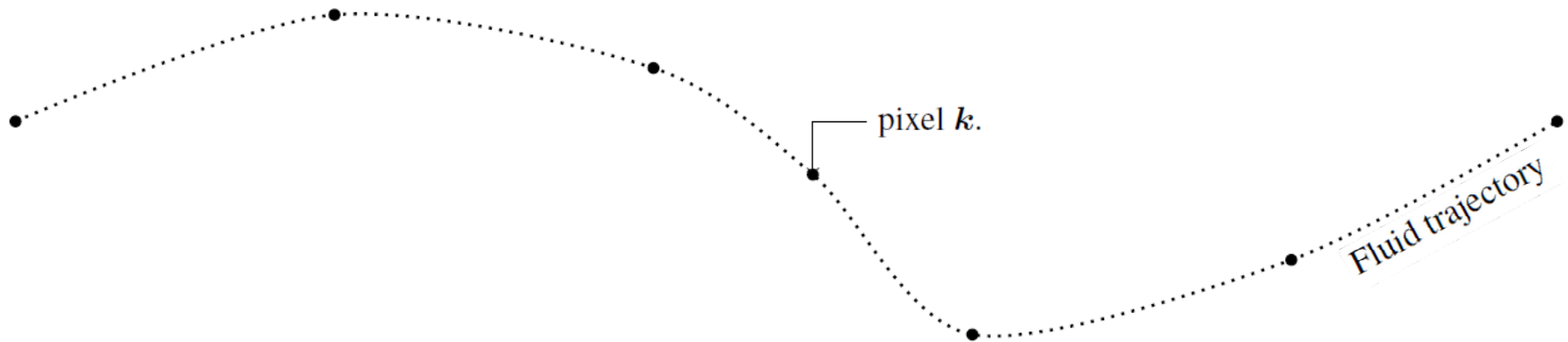
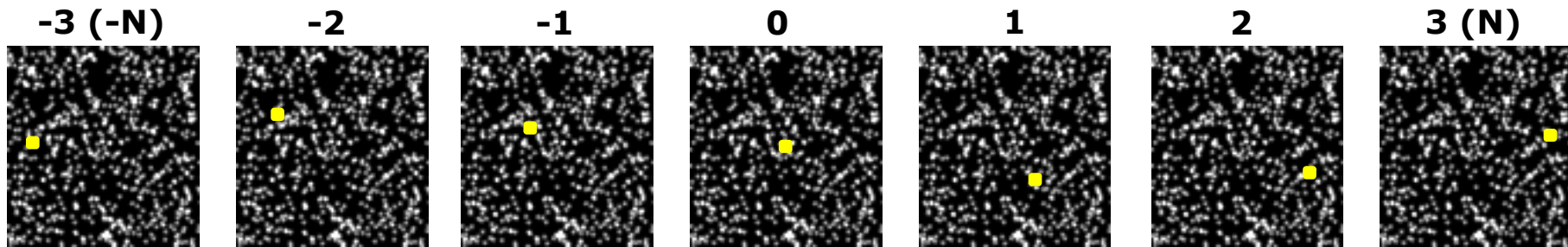
▪ Modèles constants ou affines par fenêtre

- Constant par fenêtre : le cas le plus courant en PIV 2D2C
- Affines :
 - marginal en PIV
 - assez courant en analyse des déformations de matériaux
- Cas Multi-Frame : constant par fenêtre, polynomiales en temps
 - FTC [Lynch2013], FTEE [Jeon2014], LKFT [Yegavian2016]

Lucas-Kanade Fluid Trajectories : Principe

(Thèse R. Yegavian [Yegavian2016a])

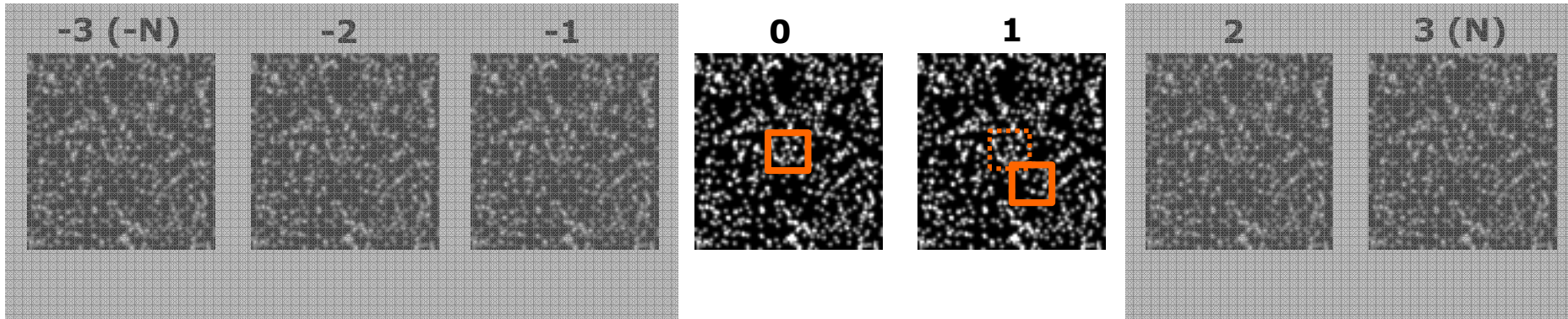
Séquence de $(2N+1)$ images, trajectoire passe au pixel k at $t = 0$



Principe LKFT

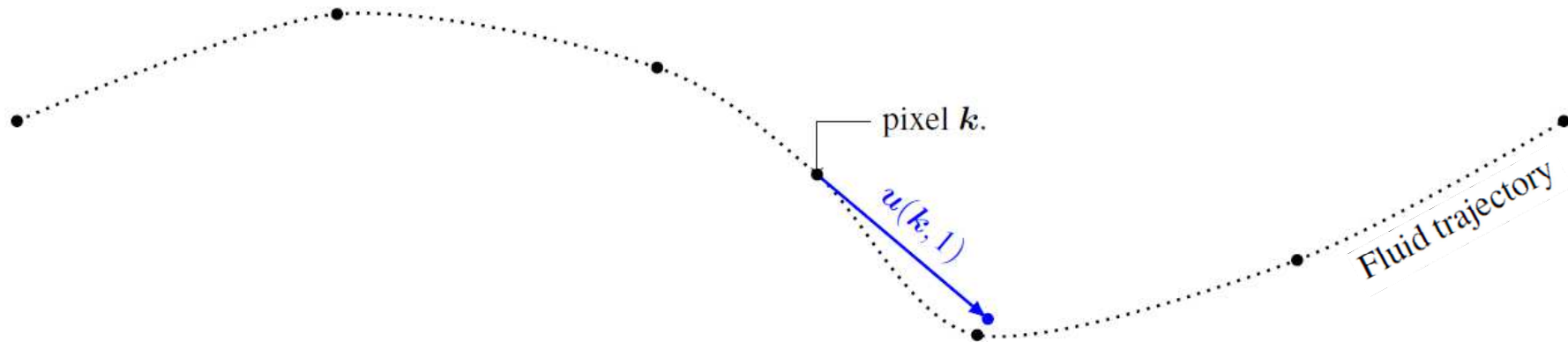
PIV 2C2D

2 images: *Approche directe*, Lucas-Kanade (ordre 1)



Minimize
$$\sum_m w(m-k) \left[I_0(m) - I_1(m + u(k, 1)) \right]^2$$

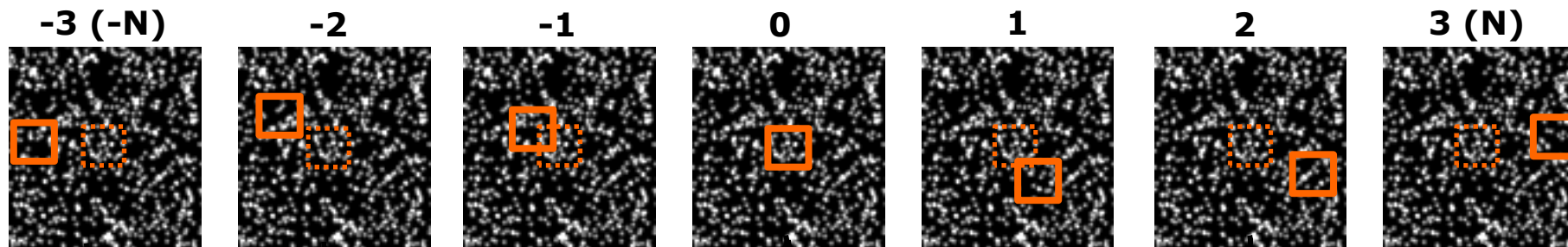
FOLKI-PIV [Champagnat2011]



Principe LKFT

Time-Resolved PIV

2N+1 images: **Lucas-Kanade Fluid Trajectory (LKFT)**, ordre P

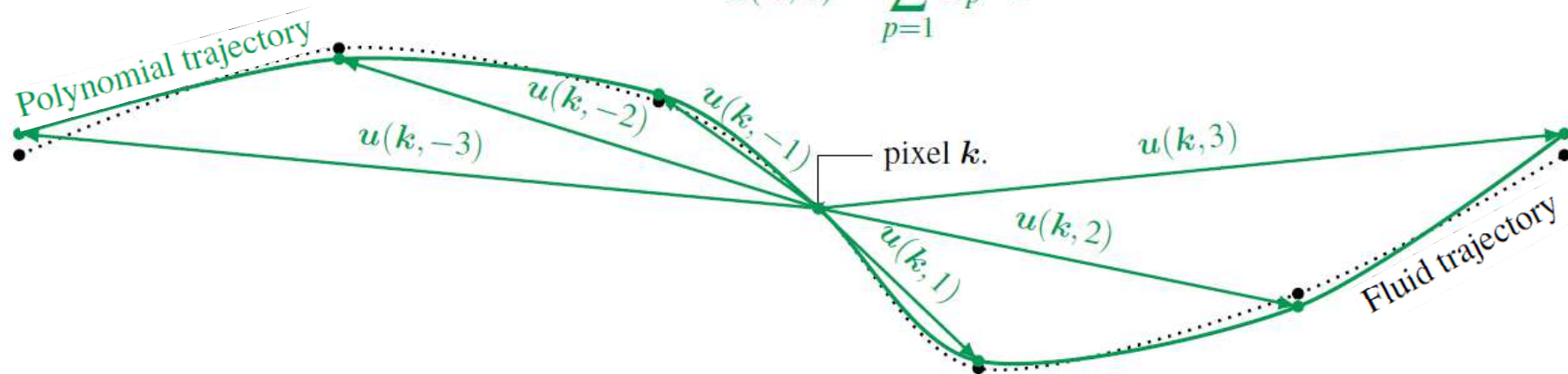


Minimiser
$$\sum_m w(m-k) \left\{ \sum_{n=-N, n \neq 0}^N \left[I_0(m) - I_n(m + \mathbf{u}(k,n)) \right]^2 \right\}$$

avec

$$\mathbf{u}(k,n) = \sum_{p=1}^P a_p^{(k)} n^p$$

Même paires
d'images que
FTC/FTEE



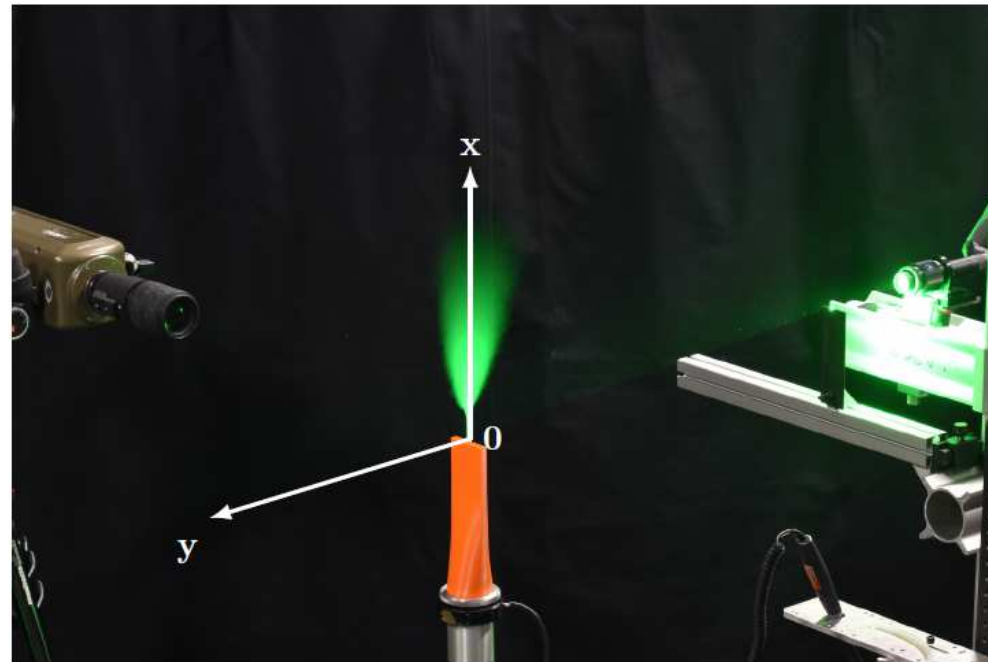
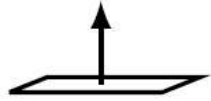
□ Fonction Objectif

$$\sum_{\mathbf{m}} w(\mathbf{m} - \mathbf{k}) \left\{ \sum_{n=-N, n \neq 0}^N \left[I_0(\mathbf{m}) - I_n \left(\mathbf{m} + \sum_{p=1}^P a_p^{(\mathbf{k})} n^p \right) \right]^2 \right\}$$

□ Résolution itérative

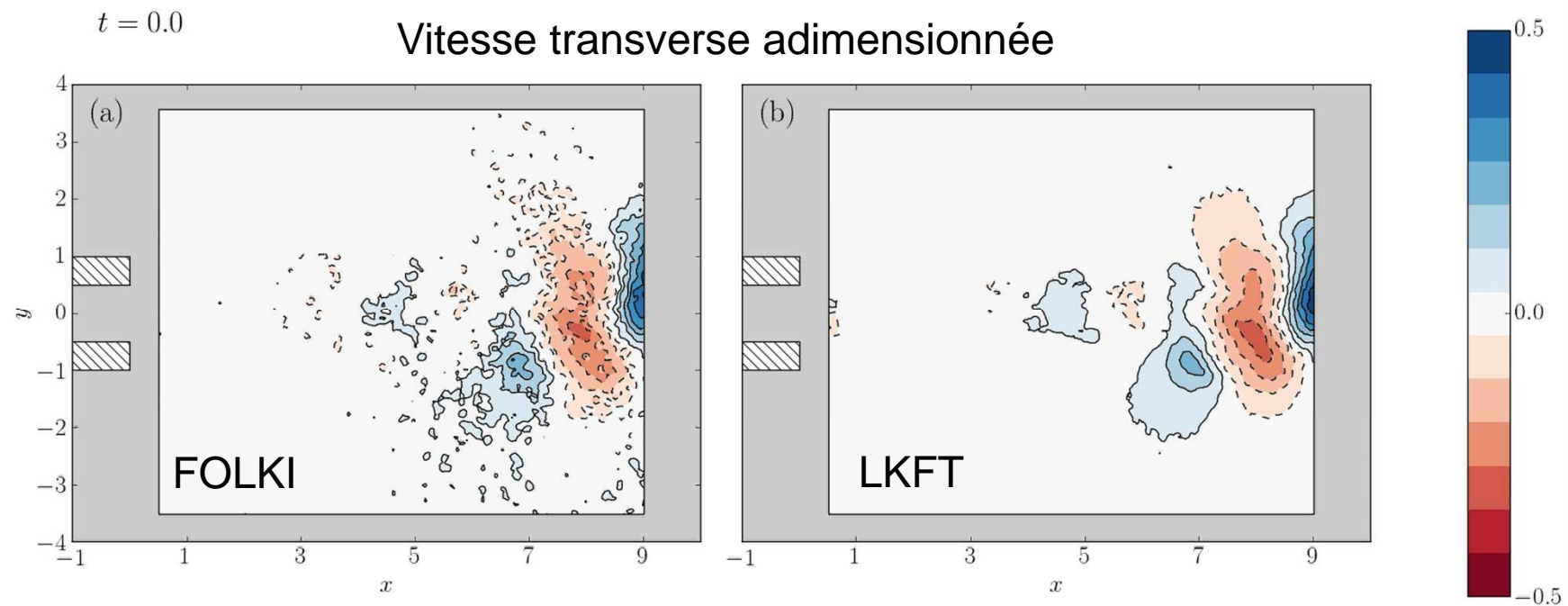
- Critère structurellement identique au cas 2-frames (*i.e.* FOLKI [Champagnat 2011])
- Principe d'implémentation : schéma de descente Gauss-Newton
- Potentiel de parallélisation GPU identique à FOLKI
 - Bench FOLKI : 4K en 20ms sur GPU Titan

Résultats expérimentaux sur un jet plan



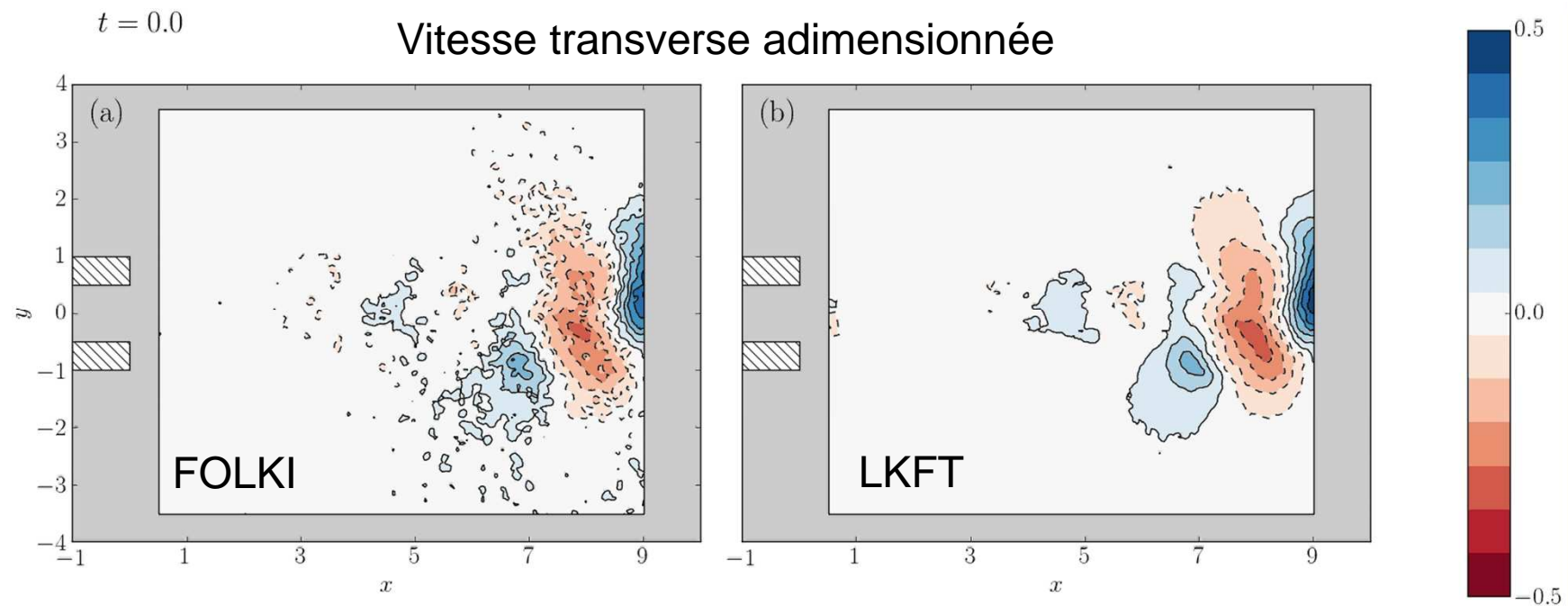
Re	1100
U_{ref}	4m/s
L_{ref}	4mm
f	10KHz

LKFT vs FOLKI-SPIV



- Amélioration SNR → dérivées spatiales et temporelles plus précises
- Meilleure régularité des structures et de leur transport

LKFT vs FOLKI-SPIV

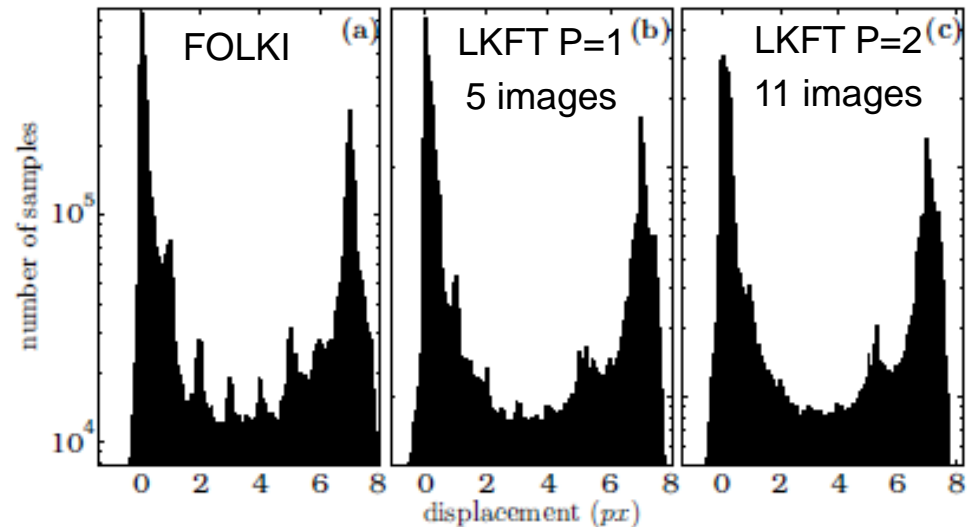


- Amélioration SNR → dérivées spatiales et temporelles plus précises
- Meilleure régularité des structures et de leur transport
- SANS PERTE DE DETAILS !

Autres caractéristiques et limitations

□ Amélioration peak-locking

- Diamètre particule ≈ 0.6 pixels



□ Régularisation temporelle par fenêtre (FTC, FTEE, LKFT)

- Tirent meilleur parti des données que les méthodes 2-frames
- Accès à l'accélération

□ Limitations :

- Logique de sélection de modèle (ordre des polynômes, horizon temporel)
- Horizon limité à une dizaine d'images

Plan

- Nécessité d'une régularisation temporelle
- Régularisation générique
- **Régularisation physique**
 - Imposer Navier-Stokes ?
- Alternatives à Navier-Stokes ?

Régularisation Physique

« Le résultat du traitement PIV devrait satisfaire Navier-Stokes Incompressible ! »

□ Deux objectifs

- Etre proche des mesures PIV
- Satisfaire Navier-Stokes incompressible

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\text{grad } p + \nu \Delta \mathbf{u}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

□ Palier aux limitations des données haute cadence

- Résolution spatiale limitée
 - Fenêtre de corrélation (PIV)
 - Ensemencement (PTV)
- Résolution temporelle limitée
 - Pseudo-résolu en temps : toutes les échelles ne sont pas captées

□ Obtenir des quantités difficilement mesurables

- Pression
- Zones inaccessibles à la mesure

Approche « assimilation » [Yegavian2015]

Cost-function

$$\mathcal{J}(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_c) = \sum_{k=0}^N \int_{\Omega_m} (\mathcal{M}(\mathbf{q}_k) - \mathbf{Y}^k)^2 dx \quad (1)$$

\mathbf{Y}^i	PIV measurements vector grid
$\mathbf{q} = [u, v, p]$	Supersampled reconstructed flow
\mathcal{M}	Observation operator

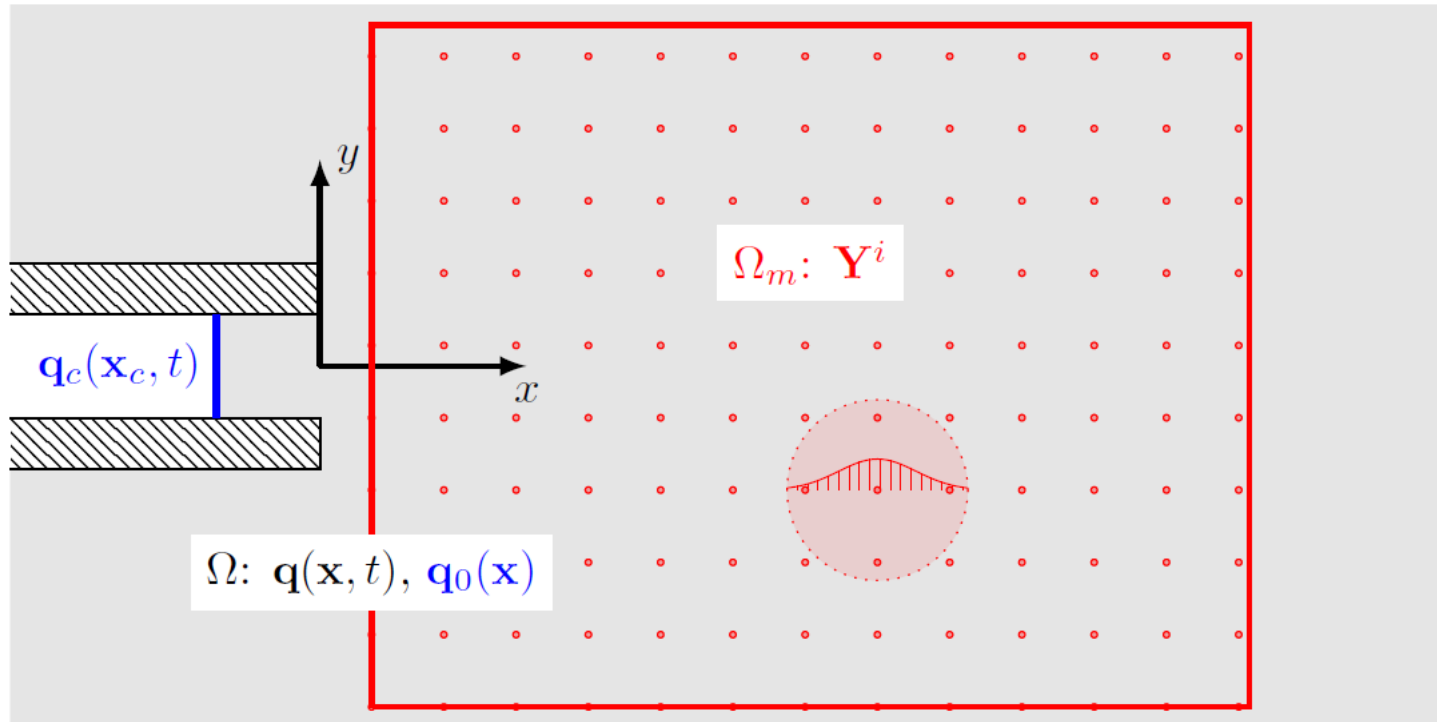
Constraint

$$\partial_t \mathbf{q} = \mathcal{N}(\mathbf{q}), \quad \mathbf{q}(\mathbf{x}, t_0) = \mathbf{q}_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{q}(\mathbf{x}_c, t) = \mathbf{q}_c(\mathbf{x}_c, t) \quad (2)$$

\mathcal{N} | Incompressible Navier-Stokes operator

Un précurseur : [Gronskis2013]

Assimilation : Modélisation en espace



\mathbf{Y}^i

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = [u, v, p]$$

$\mathbf{q}_0(\mathbf{x})$

$\mathbf{q}_c(\mathbf{x}_c, t)$

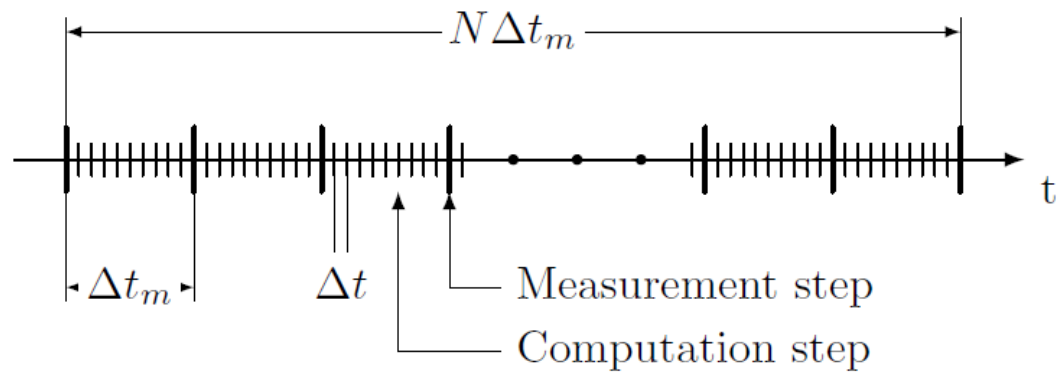
Grille des mesures de vitesse

Champ de vitesse reconstruit

Conditions initiales (CI)

Conditions aux limites (CL)

Assimilation : Modélisation en temps



$N + 1$		Number of measurements
Δt_m		Time between measurements

□ Minimisation par rapport aux conditions au limites et initiales

$$\mathcal{J}(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_c) = \sum_{k=0}^N \int_{\Omega_m} (\mathcal{M}(\mathbf{q}_k) - \mathbf{Y}^k)^2 dx$$

▪ Sous contrainte

$$\partial_t \mathbf{q} = \mathcal{N}(\mathbf{q}), \quad \mathbf{q}(\mathbf{x}, t_0) = \mathbf{q}_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{q}(\mathbf{x}_c, t) = \mathbf{q}_c(\mathbf{x}_c, t)$$

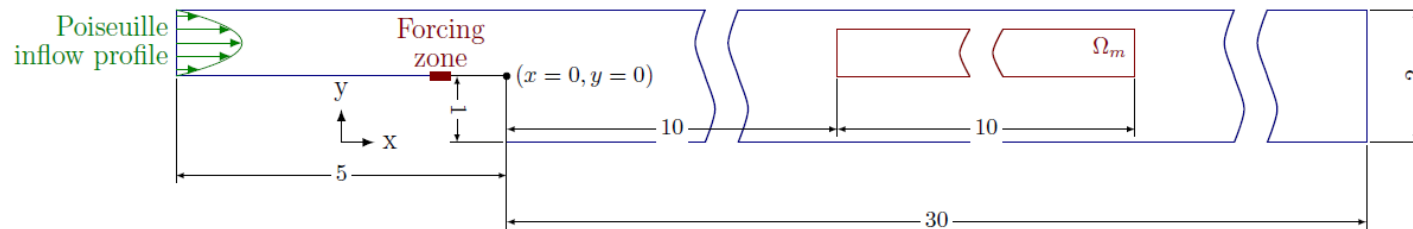
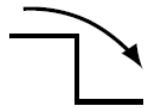
\mathcal{N} | Incompressible Navier-Stokes operator

□ Descente de gradient pseudo Newton (LBFGS)

- Etape calculatoire clé : calcul du gradient de $\mathcal{J}(\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_c)$
- Approche DNS avec schéma splitting semi-implicite
- Méthode de l'adjoint discret

Validation sur cas de simulation

□ Ecoulement derrière une marche descendante

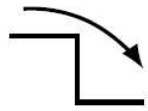


Numerical simulation, flow past a backward facing step

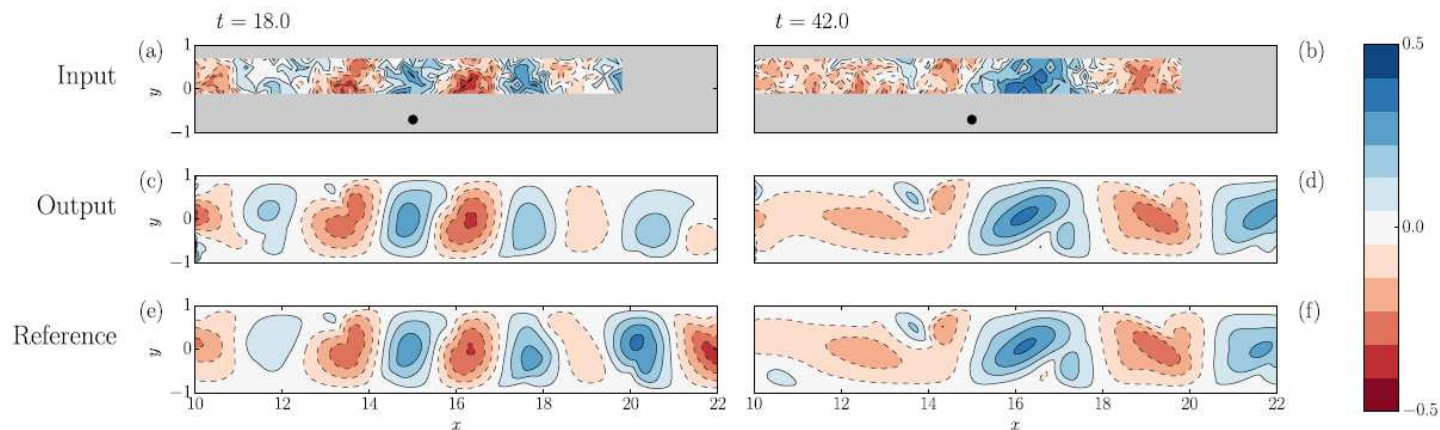
Re	800
U_{ref}	1
L_{ref}	1

Validation sur cas de simulation

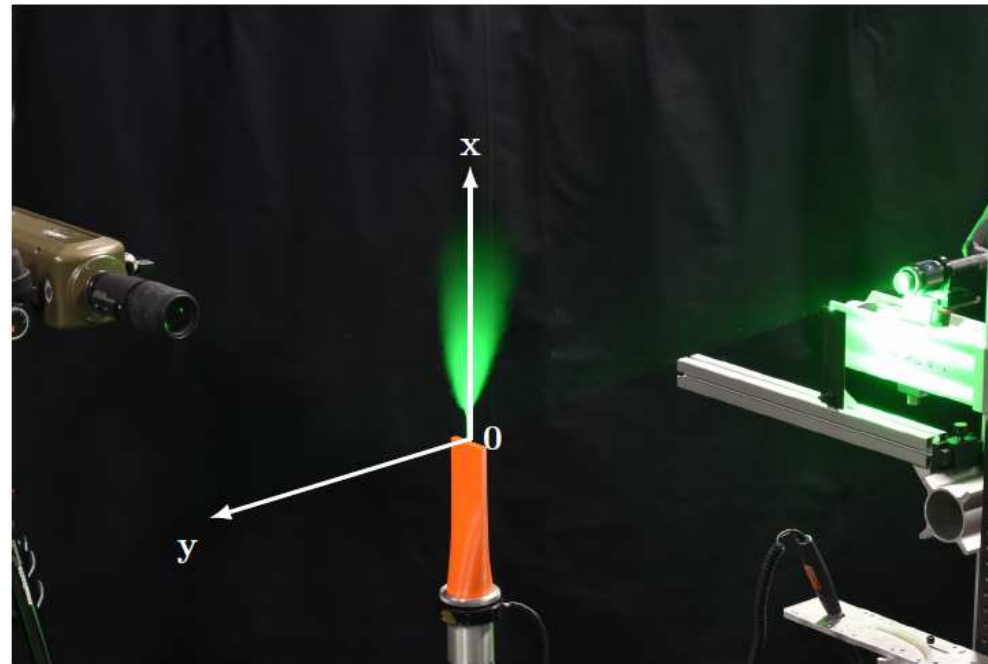
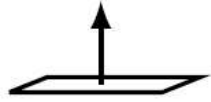
- 2 snapshots issus de l'assimilation d'une PIV
 - Partielle en espace
 - Sous-résolue en temps d'un facteur 3



Vitesse transverse adimensionnée



Retour sur jet plan

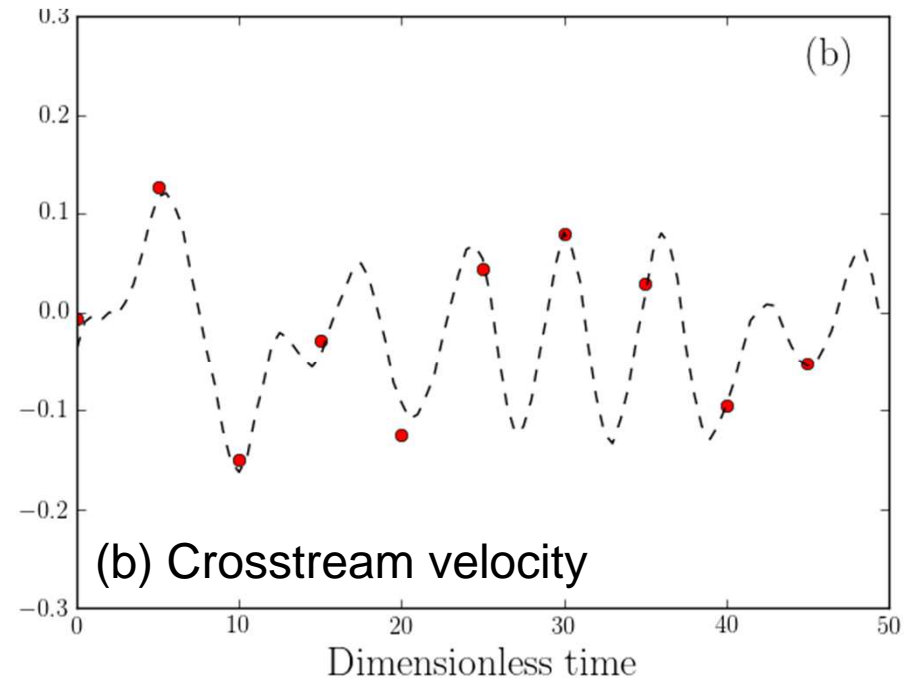
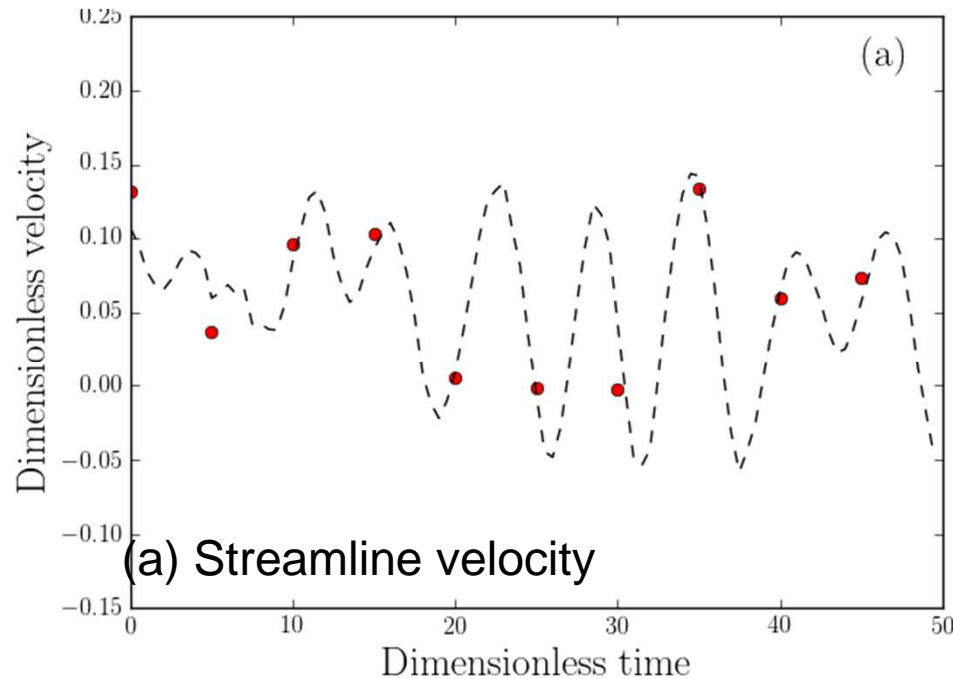


Re	1100
U_{ref}	4m/s
L_{ref}	4mm
f	10KHz

Echantillonnage temporel

- - - LKFT à 10 KHz

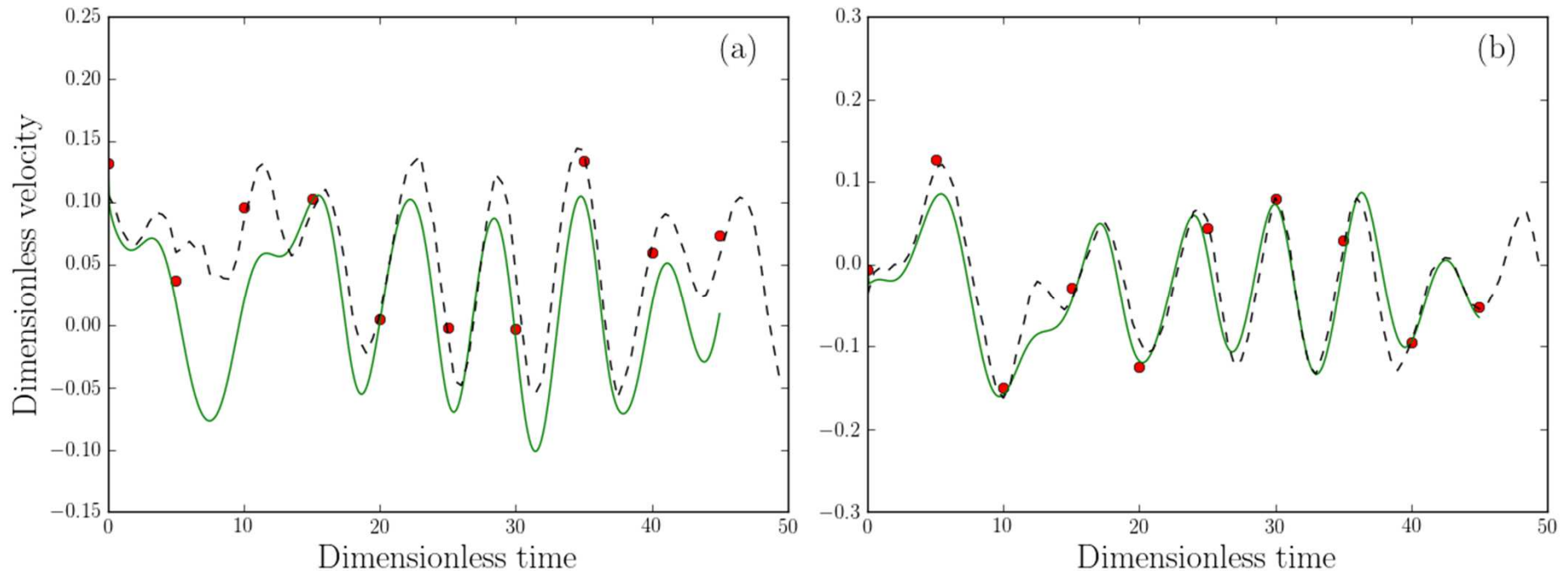
● ● PIV 2C2D à 0.2kHz



□ **Données d'entrées sous-échantillonnées en temps**

Restitution temporelle

- - - LKFT à 10 KHz ● ● PIV 2C2D à 0.2kHz — Assimilation

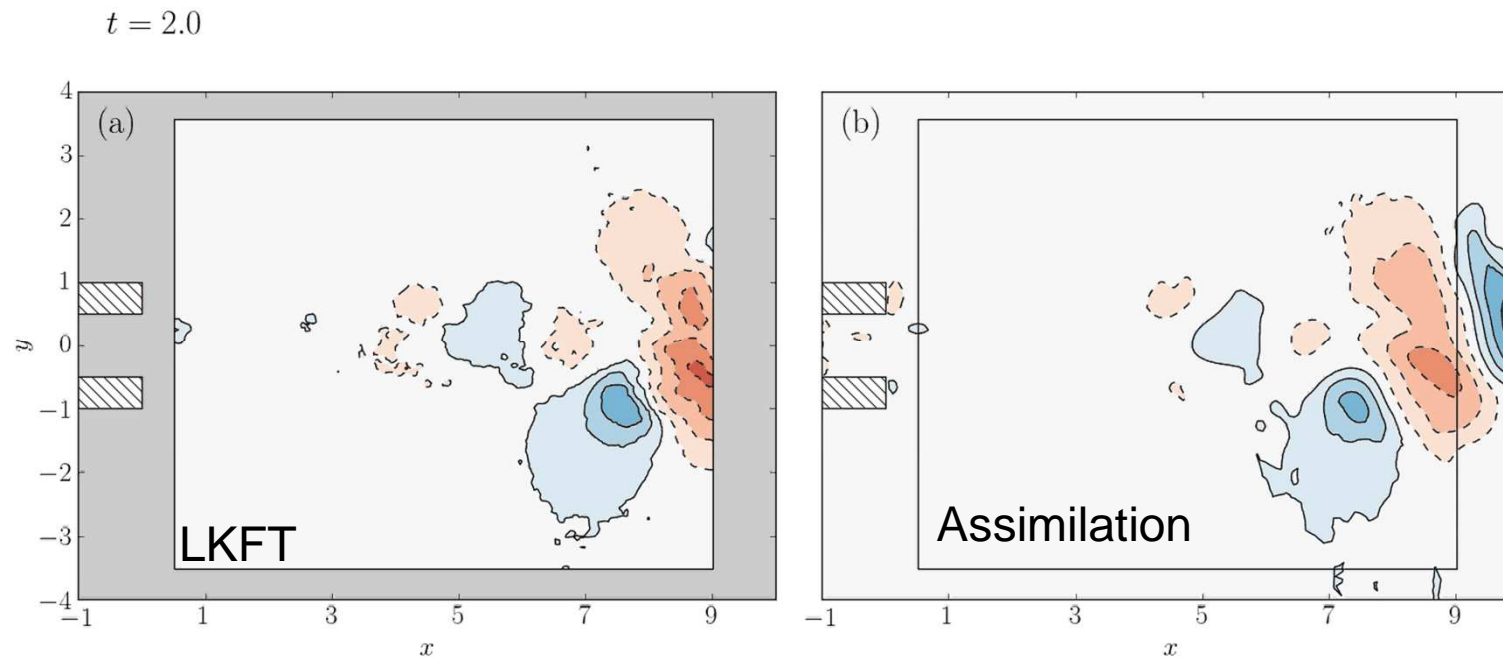


- Restitution d'échelles temporelles absentes des données :
« superrésolution temporelle »

Restitution spatiale

□ Comparaison

- Assimilation sur données non résolues en temps
- LKFT sur données résolues en temps



Bilan des approches assimilation basées DNS

❑ **Technicité élevée**

- DNS avec schémas robustes
 - Développement code adjoint
 - Cout numérique important
 - Limitation pratique à des Reynolds pas trop élevés (sinon nécessité d'introduire des modèles de turbulence)
- } Investissement non négligeable

❑ **Formalisme très général**

- Complétude : toutes les contraintes physiques sont prises en comptes
- Principes et outils généraux
 - passage au 3D
 - Approches très utilisées en sciences de la terre, météorologie

❑ **Des résultats intéressants**

- Gains en résolution temporelle
- Capacités d'extrapolation hors du domaine de mesure

Plan

- Nécessité d'une régularisation temporelle
- Régularisation générique
- Régularisation physique
 - Imposer Navier-Stokes ?
- **Alternatives à Navier-Stokes ?**

Alternatives à Navier-Stokes

□ **Transport de Vorticité** [Ruhnau2007]

- Entrée : images PIV $I(t)$ résolues en temps
- Sortie : champs \mathbf{u} et vorticité Ω (2D + temps)
- Alternance de deux étapes
 - estimation de $\mathbf{u}(t)$ sachant $I(t)$ et $\Omega(t)$
 - Propagation $\Omega(t)$ vers $t+\Delta t$ sachant $\mathbf{u}(t)$ et Transport de Vorticité
- Filtrage « causal » : estimation de $\mathbf{u}(t)$ et $\Omega(t)$ basé sur mesures avant t

□ **Vorticity in Cell** [Schneiders2015]

- Méthodologie similaire à assimilation : on estime CI et CL
- Données éparses en vitesse et accélération issues de PTV 3D
- Simulation par VIC+ , plus léger que DNS
- Calcul de gradient par adjoint

□ **Analyse de stabilité champ moyen** [Beneddine2016]

Un résultat d'analyse de stabilité champ moyen (Thèse de S. Beneddine [Beneddine2016])

□ Propriété sur TF en temps du champ de vitesse [Beneddine2016]

$$\hat{u}(x, \omega) \approx \Lambda(\omega) \psi_1(x, \omega)$$

Ne dépend que du champ moyen $\hat{u}(x, \omega = 0)$

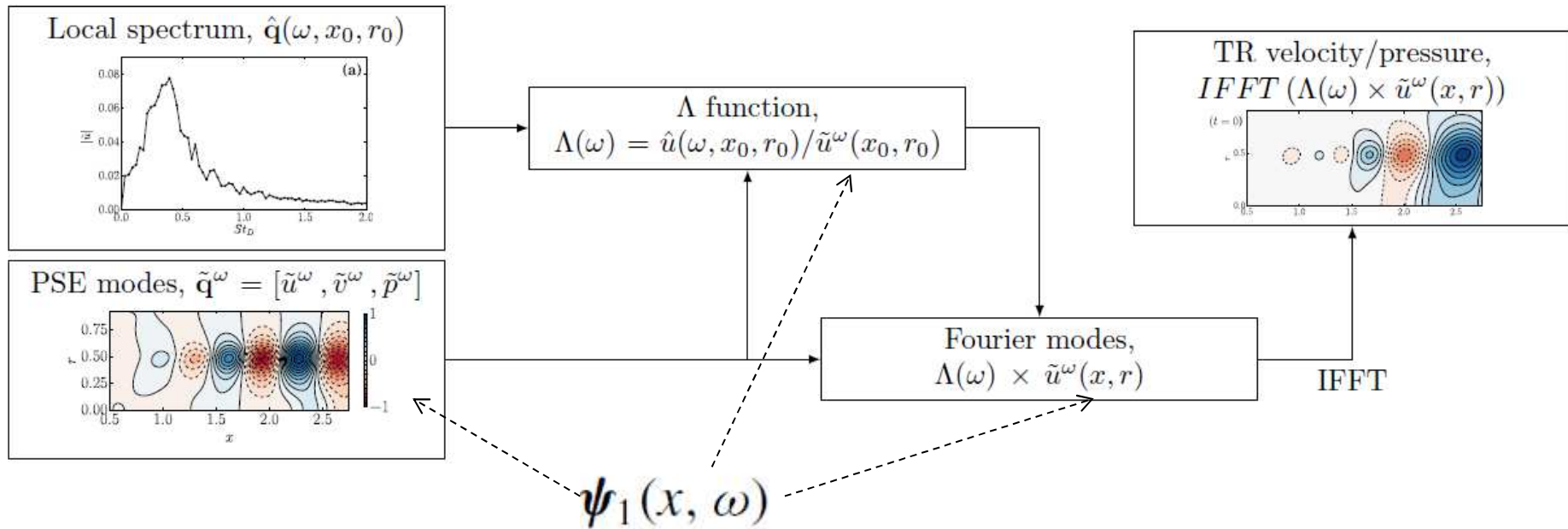
A estimer à partir d'une mesure locale résolue en temps

- $\psi_1(x, \omega)$ est un vecteur propre d'opérateur issu d'une analyse de stabilité en champ moyen
 - Opérateur construit à partir de Navier-Stokes, dépend du champ moyen
 - ψ_1 est associé à la plus grande valeur singulière de cet opérateur

□ Validité [Beneddine2016]

- Ecoulements dominés par un mécanisme d'instabilité convective

Comment utiliser ce résultat?

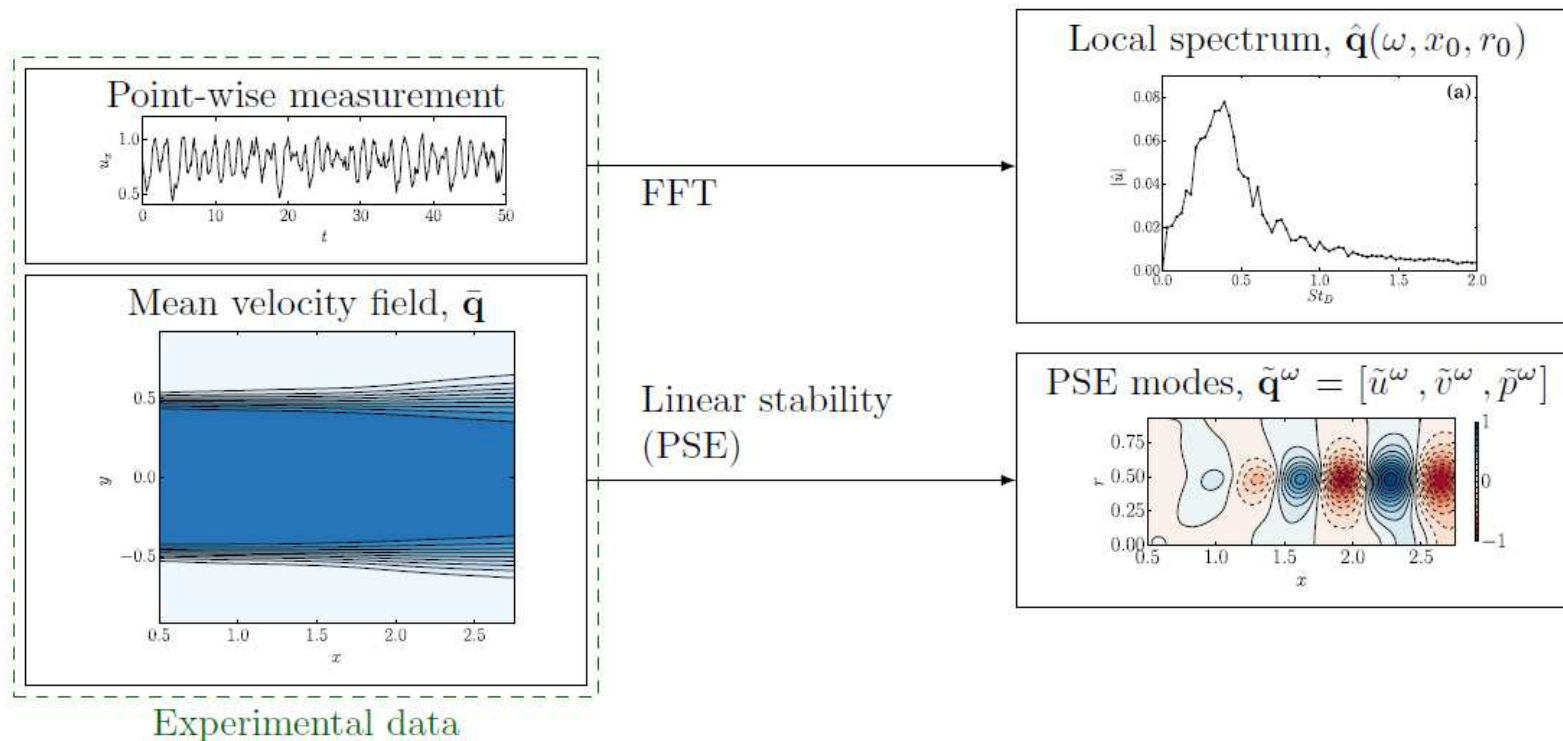


[Yegavian 2016]

Analyse de stabilité champ moyen : Comment ?

□ Deux entrées

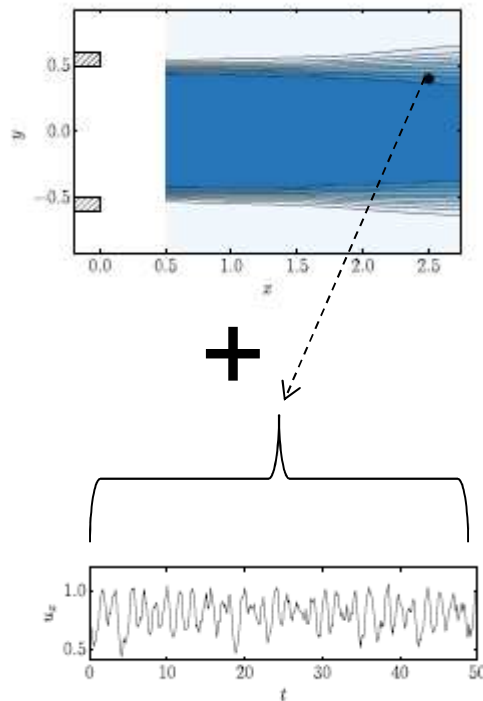
1. Mesure ponctuelle en un point du champ
2. Champ moyen par accumulation de champs PIV classiques



[Yegavian 2016]

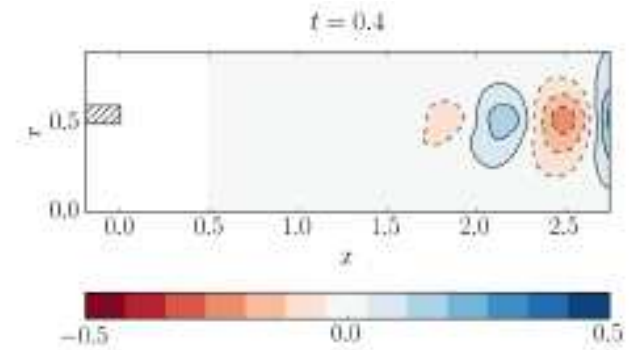
Analyse de stabilité champ moyen : Bilan

Champ moyen



Mesure ponctuelle
résolue en temps

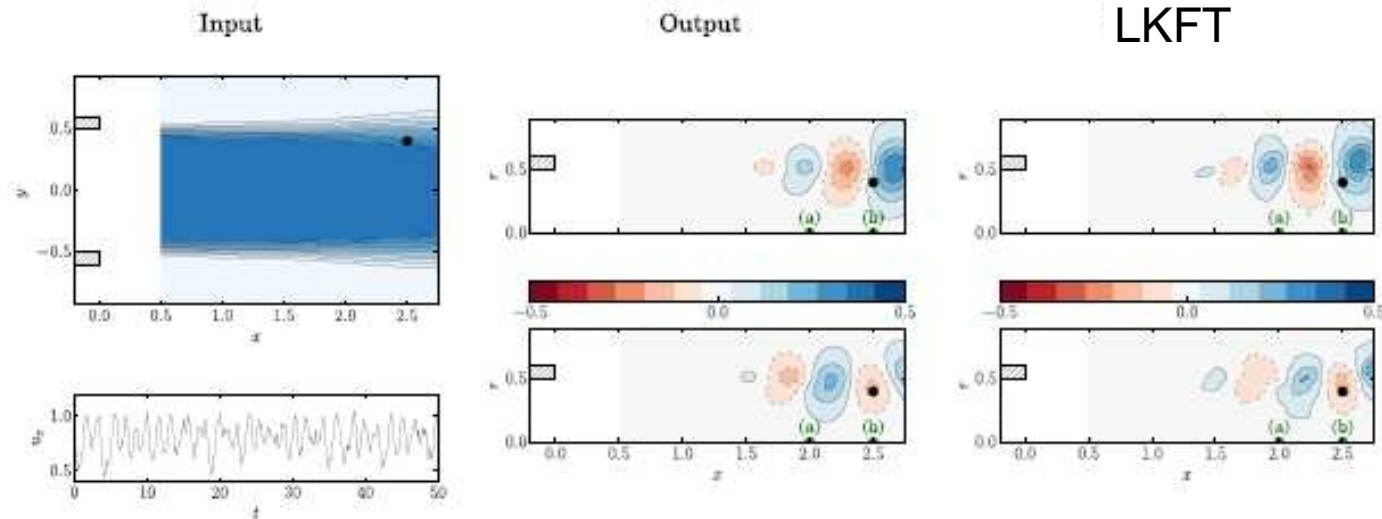
champ résolu en temps



[Yegavian 2016]

Analyse de stabilité champ moyen : Résultats

□ Cas d'un jet rond

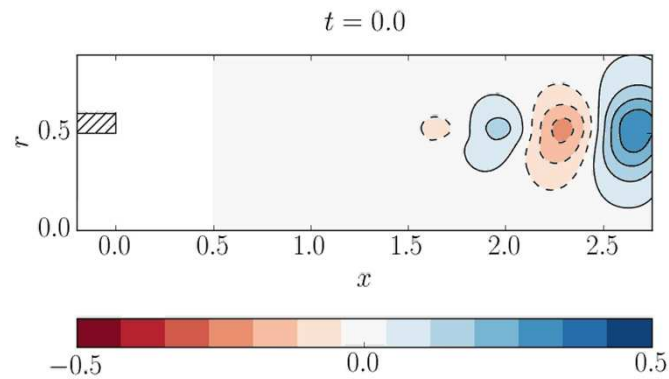


Dimensionless instantaneous cross-stream velocity fluctuation at
time $t = 0$ and $t = 40$.

[Yegavian 2016]

Analyse de stabilité champ moyen : Résultats

□ Cas jet rond [Yegavian 2016] : Vitesse transverse (x, t)



Bilan sur les approches de régularisation en PIV

□ Régularisation Génériques

- Gains en SNR
- Gain en régularité des structures

□ Régularisations Physiques

- Gains en résolution temporelle et spatiale
- Capacités d'extrapolation
- Résultats expérimentaux sur TR 2D2C et 3D3C

□ Domaine actif

- Passer au 3D avec l'approche DNS
- Primitives d'assimilation (trajectoires, vitesses, localisation, densité...)
- Workshop dédié à Lisbonne en juillet 2016 (<http://cfdforpiv.org>)

Bibliographie

[van Dyke1982] “An album of fluid motion”, Parabolic Press, 1982

[Fefferman2000] “Existence and Smoothness of the Navier-Stokes equation”

<http://www.claymath.org/sites/default/files/navierstokes.pdf>

[Wieckert2001] « Variational Optic Flow Computation with a Spatio-Temporal Smoothness Constraint », *JMIV*

[Lynch2013] “A high-order time-accurate interrogation method for time-resolved PIV”, MST

[Jeon2014] “Fluid trajectory evaluation based on an ensemble-averaged cross-correlation in time-resolved PIV”, EXIF

[Yegavian2016a] « Lucas-Kanade Fluid Trajectories for time-resolved PIV », MST

[Gronskis2013] « Inflow and initial conditions for direct numerical simulation based on adjoint data assimilation », JCP, 2013

[Yegavian2015] “Performance assessment of PIV super-resolution with adjoint-based data assimilation”, PIV15

[Ruhnau2007] « Variational estimation of experimental fluid flows with physics-based spatio-temporal regularization », MST

[Schneiders2015] « Pouring time into space », PIV15

[Beneddine2016] « Conditions for validity of mean flow stability analysis » JFM

[Yegavian2016b] « Flow reconstruction from partial PIV data using two different physics-based approaches », présentation au Workshop CFD for PIV, Lisbonne, Juillet 2016

Questions

$t = 2.0$

